Procesado fuzzy para conformación robusta de haz

Ana Pérez Neira
{anuska@gps.tsc.upc.edu}
D5-201

Contenidos

Procesado robusto

Fuentes de error en el CSI (en rx o en tx)

- En rx o en tx si el sistema es TDD
  - Por estimación del canal
- En tx.en FDD
  - Conocimiento estadístico del canal
  - Transmisión de parámetros relacionados con el canal
  - Diseños basados en el receptor

Estrategias robustas y adaptables

Es necesario emplear estrategias que permitan minimizar el impacto que la falta de conocimiento del canal pueda causar en las prestaciones, ofreciendo las mejores prestaciones en todo momento

-Estrategias maximin

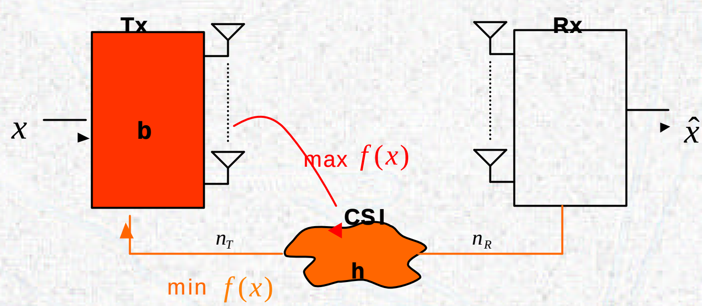
-Estrategias fuzzy

-Estrategias Bayesianas

Procesado robusto

Técnicas Maximin: no es necesario ningún conocimiento estadístico, se trata de optimizar **f(.)** para el peor canal posible. Se ha de definir una región de incertidumbre del canal $H(\hat{\mathbf{h}})$.

$$\mathbf{b}(\hat{\mathbf{h}})=\max_{\mathbf{b}} \min_{\mathbf{h}\in H(\hat{\mathbf{h}})} f(\mathbf{b},\mathbf{h})$$



Procesado robusto

Técnicas Fuzzy: permiten modelar los errores o imprecisión lingüísticamente

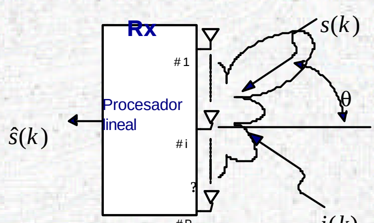
$$y = f(x, lenguaje)$$

Técnicas Bayesianas: modela estadísticamente lo desconocido. Si f(.) es el objetivo a optimizar y **b** representa el transmisor a ser diseñado,la técnica Bayesiana se puede expresar matemáticamente como

$$\mathbf{b}(\hat{\mathbf{h}})=\max_{\mathbf{b}}\int f(\mathbf{b},\mathbf{h})\,p(\mathbf{h}/\hat{\mathbf{h}})\,d\mathbf{h}$$

Modelo de señal

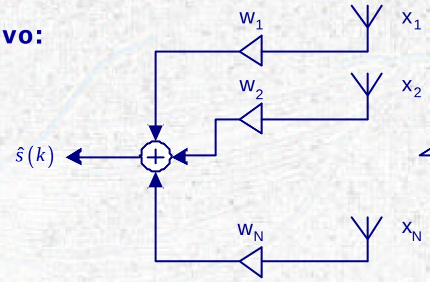
- **Los conformadores son útiles para discriminar espacialmente.**

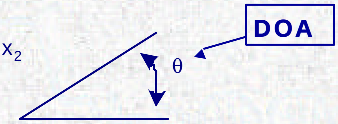


- **El diseño se hará para recepción, pero si el sistema es TDD, se puede emplear en transmisión aplicando reciprocidad**

Modelo de señal

- **Objetivo:**





- **Modelo de señal**

$$\mathbf{x}(k) = \mathbf{s}(k) + \mathbf{i}(k) + \mathbf{n}(k) = s(k) \cdot \mathbf{a}_d(u_d) + \mathbf{i}(k) + \mathbf{n}(k)$$

$$u = \sin(q)$$

"steering vector" = información espacial

- **Objetivo: filtrar la señal deseada**

$$\hat{s}(k) = \mathbf{w}^H \mathbf{x}(k)$$

Conformador no robusto

- **Cuando el DOA es perfectamente conocido Þ diseños óptimos**
  - **Minimizar la potencia a la salida del array**
  - **Restricción: respuesta sin distorsión hacia la dirección deseada**

$$\mathbf{w}_{opt} = m\ \mathbf{R}_x^{-1}\mathbf{a}_d \qquad \mathbf{R}_x = E\{\mathbf{x}\ \mathbf{x}^H\} \qquad \hat{\mathbf{R}}_x = \frac{1}{K}\sum_{k=1}^{K}\mathbf{x}(k)\ \ \mathbf{x}(k)^H$$

Datos (snapshots)

Dirección deseada (steering)

- **Cuando la matriz de correlación se estima con bajo número de snapshots**

  *** Se estabiliza la matriz realizando "diagonal loading"**

Un modo de obtener el "diagonal loading" es resolviendo la minimización del error cuadrático, pero añadiendo la restricción de que la norma del conformador ha de estar acotada

$$\min_{\mathbf{w}} \left| \mathbf{w}^H \mathbf{x} - s \right|$$

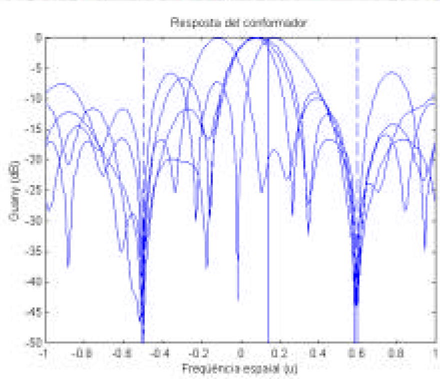
$$s.t. \quad \left| \mathbf{w}^H \mathbf{w} \right| = 1$$

$$L = \mathbf{w}^H \mathbf{x}\mathbf{x}^H \mathbf{w} + P_s - \mathbf{w}^H \mathbf{x} s^* - s\mathbf{x}^H \mathbf{w} + l\left(\mathbf{w}^H \mathbf{w} - 1\right)$$

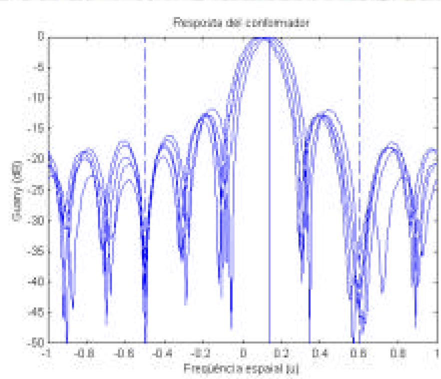
$$\left(\mathbf{x}\mathbf{x}^H + l\,\mathbf{I}\right)\mathbf{w} = \mathbf{x}s^*$$

$$\mathbf{w} = \left(\mathbf{x}\mathbf{x}^H + l\,\mathbf{I}\right)^{-1} \mathbf{x}s^*$$

Ejemplo de conformador



Sin diagonal loading



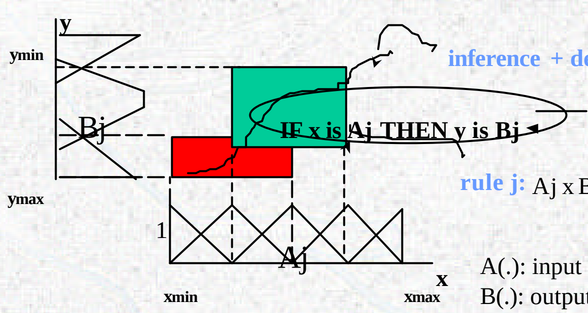
Con diagonal loading (10 dB)

- **Cuando hay incertidumbre en el DOA**
  - **Array calibrado**
  - **Se propone modelarla empleando un sistema fuzzy** Þ **w_F**(q)

- **Los sistemas fuzzy pueden emplearse como aproximadores de funciones**

$$\hat{s}(k) = \mathbf{w}_F^H \mathbf{x}(k) = f_F(\mathbf{x}(k)) = \sum_{i=1}^{L} c_i \, \Phi(\mathbf{x}(k))$$

4 Etapas en el diseño



inference + defuzzification

rule patch

rule j: Aj x Bj

A(.): input fuzzy term set
B(.): output fuzzy term set

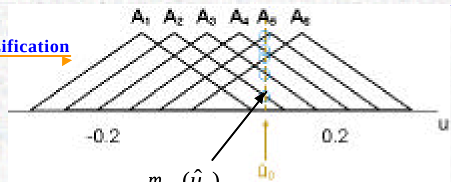
Conformador fuzzy

- **Sistema fuzzy desarrollado**

$$[a(q_i)]_k = \exp(j2p\sin(q_i)k) = \exp(j2pk\,u_i)$$

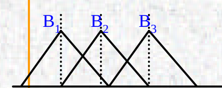
R_i IF $\hat{u}_0$ is A_i THEN B_i

$\hat{u}_0$ **Fuzzification**



$m_{A_2}(\hat{u}_o)$

Inference engine



$s_1 \quad s_2 \quad s_3$

$$m_{A_i}(\hat{u}_0)\,B_i(s)$$

B_i: fuzzy set de sortida

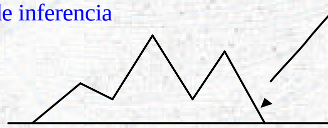
Centroide: $c_i = \underline{w}_{MV}^H(u_i)\cdot\underline{x}(k) = s_i$

Volums : idèntics

Conformador fuzzy

Resultado final de la etapa de inferencia

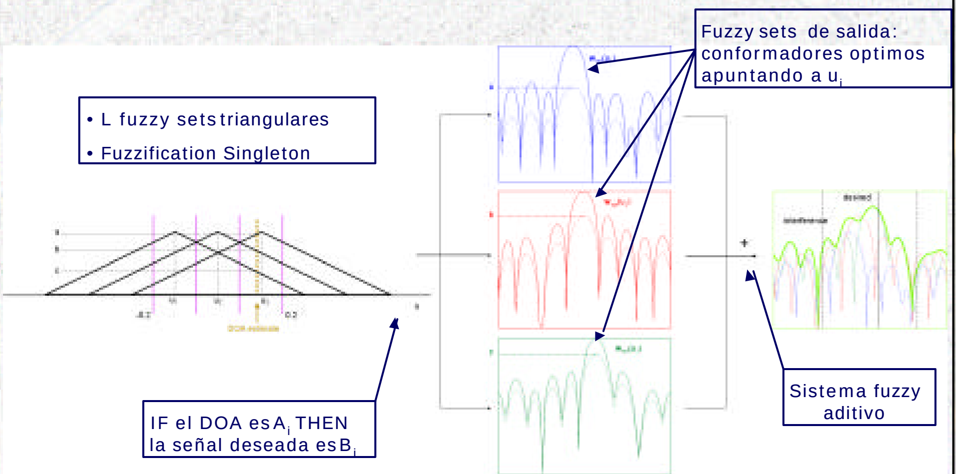
$$B'(\hat{u}_0, s) = \sum_{i=1}^{L} m_{A_i}(\hat{u}_0)\,B_i(s)$$



Defuzzification
(extracción centro de masas)

$$\hat{s}(k) = \frac{\int l\,B'(\hat{u}_0, l)\,dl}{\int B'(\hat{u}_0, l)\,dl} = \underbrace{\frac{\sum_{i=1}^{L=6} m_{A_i}(\hat{u}_0)\,\underline{w}_{MV}^H(u_i)}{\sum_{i=1}^{L=6} m_{A_i}(\hat{u}_0)}}_{\mathbf{w}_F^H}\underline{x}(k) \quad\Rightarrow\quad \underline{w}_F = \sum_{i=1}^{L=6}\left(\frac{m_{A_i}(\hat{u}_0)}{\sum_{j=1}^{L=6} m_{A_j}(\hat{u}_0)}\right)\underline{w}_{MV}^H(u_i)$$

Diseño del conformador



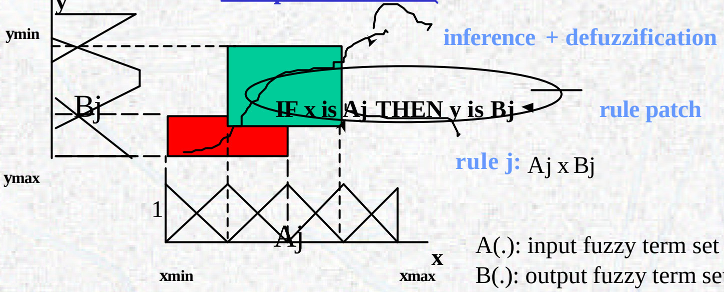
$$\mathbf{w}_F = \sum_{i=1}^{L} v_i\, \mathbf{w}_{opt}(u_i) = \sum_{i=1}^{L} \frac{m_{Ai}(\hat{u}_d)}{\sum_{j=1}^{L} m_{Aj}(\hat{u}_d)}\ \mathbf{w}_{opt}(u_i)$$

Estimador de señal deseada

$$\hat{s}(k) = \frac{\sum_{i=1}^{L=6} m_{A_i}(\hat{u}_0)\underline{w}_{MV}^{H}(u_i)}{\sum_{i=1}^{L=6} m_{A_i}(\hat{u}_0)}\underline{x}(k)$$

$$\hat{s}(k) = \mathbf{w}_F^H\, \mathbf{x}(k) = f_F(\mathbf{x}(k)) = \sum_{i=1}^{L} c_i\, \Phi(\mathbf{x}(k))$$

4 Etapas en el diseño



A(.): input fuzzy term set
B(.): output fuzzy term set

Relación con el conformador bayesiano

- **Conformador de media condicionada o bayesiano**

$$\hat{s}(k)=\sum_{i=1}^{L} p(u_i/\underline{X})\underline{w}_{MS}^{H}(u_i)\underline{x}(k)=\sum_{i=1}^{L} p(u_i/\underline{X})E\{s_0(k)/\underline{X},u_i\}=E\{E\{s_0(k)/\underline{X},u\}\}=E\{s_0(k)/\underline{X}\}$$

➢**Diversas posibilidades para estimar la contribución de cada intervalo en la solución final:**

✓**Paramètrica: (conformador bayesiano)**

$$\hat{p}(u_i/\underline{X})=cp(u_i)\exp\{Kg(\underline{a}^{H}(u_i)\hat{\underline{R}}^{-1}\underline{a}(u_i))^{-1}\}$$

✓Problemas:

✓Suposición de no interferentes dentro del margen del prior.

✓Suposición fuentes i ruido gaussianos.

✓**No-paramètrica: (conformador fuzzy)**

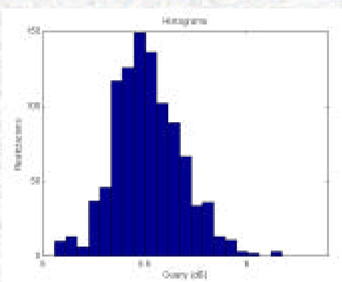
$$p(u_i/\hat{u}_0(\underline{X}))=\frac{m_{A_i}(\hat{u}_0)}{\sum_{j=1}^{L=6} m_{A_j}(\hat{u}_0)}$$

✓Problemas:

✓Parte de una estimación de DOA de Capon.

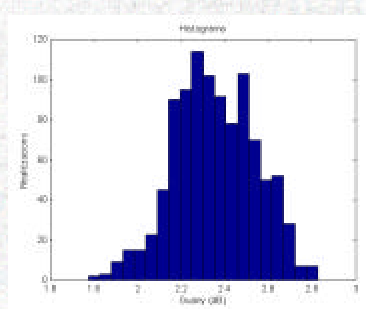
Simulaciones

- **Ruido no gaussiano. SIR = 0 (margen prior)**



Fuzzy uniforme

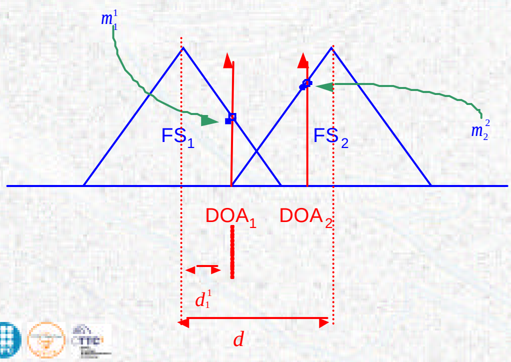
Bayes uniforme



Ajuste de parámetros

- **Objectivo: hallar los conjuntos fuzzy óptimos para diversos escenarios**
- Por sencillez ⇒ conjuntos fuzzy triangulares equiespaciados en el margen de incertidumbre del DOA
- Parámetro a diseñar: anchura de los conjuntos fuzzy: “amp”

$$\mathbf{w}_F = \sum_{i=1}^{L} \frac{m_{Ai}(\hat{u}_d)}{\sum_{j=1}^{L} m_{Aj}(\hat{u}_d)} \mathbf{w}_{opt}(u_i) = \sum_{i=1}^{L} v_i \, \mathbf{w}_{opt}(u_i)$$



$$m_i^k = 1 - m.d_i^k$$

$$m = \frac{1}{amp\, d}$$

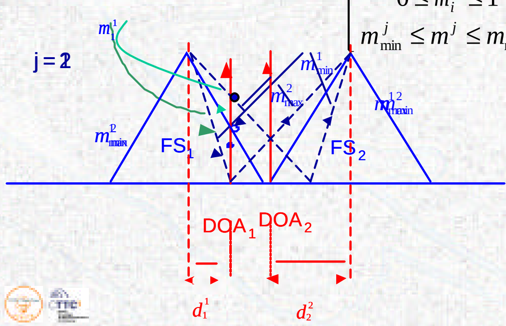
?

Ajuste de parámetros

$$MSE = E\left\{ \left| s(k) - \hat{s}_F(k) \right|^2 \right\} \cong \sum_{k=1}^{N} MSE\left(\boldsymbol{\mu}, \hat{u}_d^k\right) p\left(\hat{u}_d^k\right)$$

$$\min_{\{\boldsymbol{\mu}^k, c^k\}, m} \quad MSE_{av} = \sum_k MSE\left(\boldsymbol{\mu}, \hat{u}_d^k\right) p(\hat{u}_d^k)$$

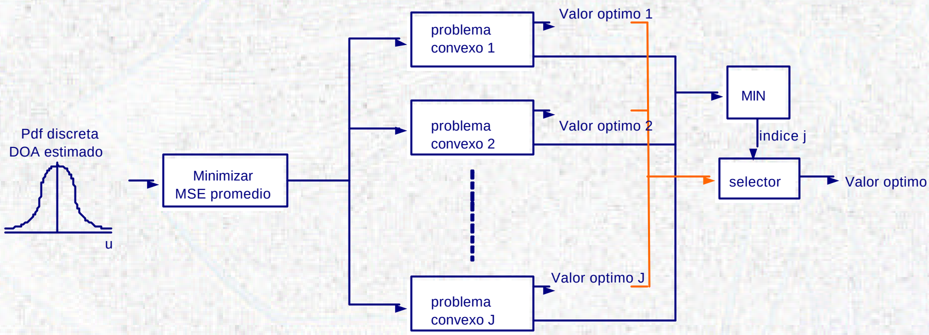
$$\text{s.t.} \begin{cases} m_i^k - 1 + m^j d_i^k = 0 \\ \dfrac{1}{c^k} - \sum_i m_i^k = 0 \\ 0 \le m_i^k \le 1 \\ m_{\min}^j \le m^j \le m_{\max}^j \end{cases} \qquad k, i \in \mathbf{S}^j \qquad j = 1..NL$$



Ajuste de parámetros

$$MSE = E\left\{\left|s(k) - \hat{s}_F(k)\right|^2\right\}$$

- **Indice de prestaciones: error cuadrático medio**

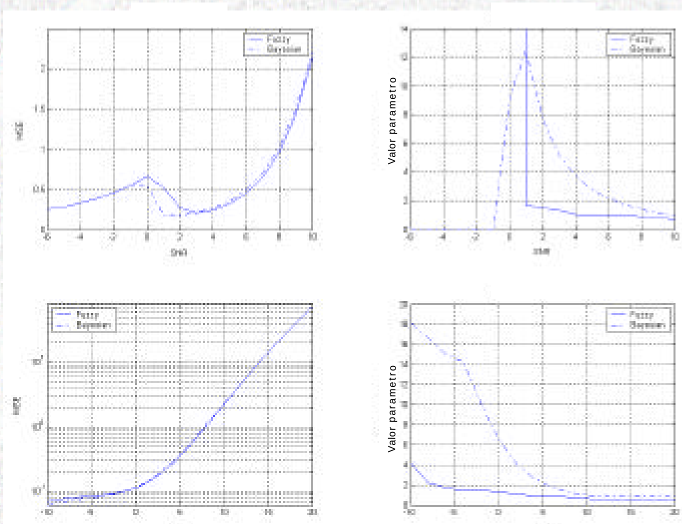


- **Los problemas convexos son lineales en “m” en la zona correspondiente**

Entrenar para varios escenarios

Ajuste de parámetros

N=30 snapshots
Q=10, L=6



u_d=0.14, u_{int}={-0.5, 0.6, -0.07}, INR={20, 20,0} dB

u_d=0.14, u_{int}={-0.5, 0.6}, INR={20, 20} dB

Bayesiano: $\hat{s}(k)=E\{\hat{s}(k)/\mathbf{X}\}=\sum_{i=1}^{L} p(u_i/\mathbf{X})\; E\{\hat{s}(k)/\mathbf{X},\mathbf{u}_i\}=\sum_{i=1}^{L} p(u_i/\mathbf{X})\;\mathbf{w}_{opt}^H(u_i)\mathbf{x}=\mathbf{w}_{cm}^H\mathbf{x}$

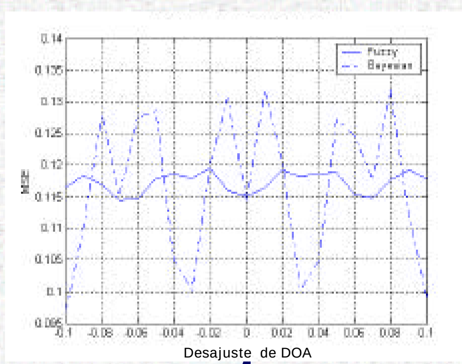
Ajuste de parámetros

- **A partir de las gráficas se puede obtener un diseño para el caso de L=6**

SNR	In-prior SIR	Width
≥ 0 dB	≥ 1 dB	1
0 ≥ dB SNR ≥ −10 dB	≥ 1 dB	3
whole range	< 1 dB	High

Resultados

- **Robustez del DOA**



$u_d=0$, SNR = 0dB, $u_{int}=\{-0.5, 0.6\}$, INR={20, 20} dB

Solución optimizada para DOA = 0

Resultados

- **Prestaciones**

$$G = \frac{SNIR_{out}}{SNIR_{in}} = \frac{\left|\mathbf{w}^H \mathbf{a}_d\right|^2}{\mathbf{w}^H ?_n \mathbf{w}} \qquad ?_n = \frac{1}{s_n^2 + \sum_{i=1}^{I} s_i^2} \mathbf{R}_n$$

  - DOA en [-0.2, 0.2]
  - 30 snapshots

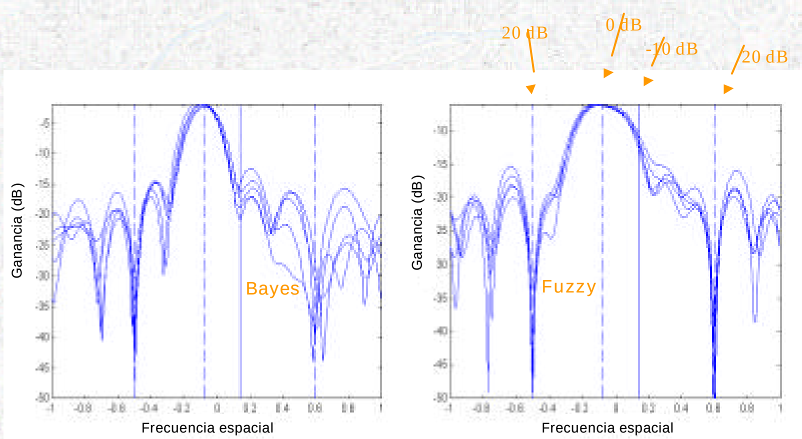
- **Comparación con**
  - Conformador Bayesiano

Se modela paramétricamente

$$\hat{s}(k) = E\{\hat{s}(k)/\mathbf{X}\} = \sum_{i=1}^{L} p(u_i/\mathbf{X})\, E\{\hat{s}(k)/\mathbf{X},\mathbf{u}_i\} = \sum_{i=1}^{L} p(u_i/\mathbf{X})\ \mathbf{w}_{opt}^H(u_i)\mathbf{x} = \mathbf{w}_{cm}^H \mathbf{x}$$

  - Conformador de mínima varianza

Escenarios de baja SNR:



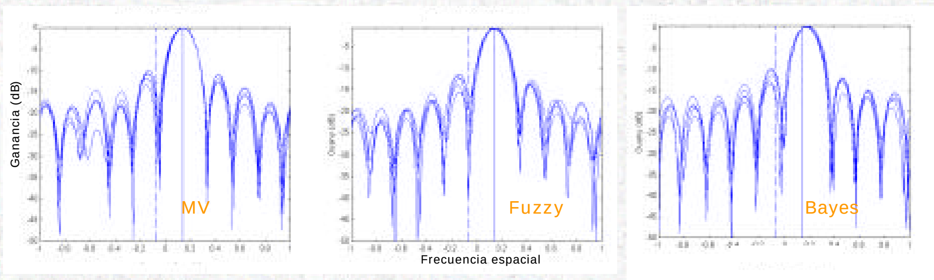
Ganancias: Fuzzy: 16.5 dB

Bayes: 8 dB

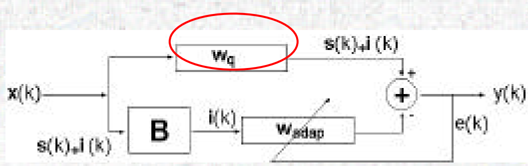
Capon: 2 dB

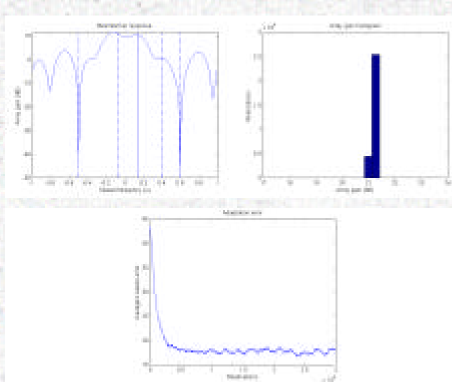
Escenarios de alta SNR:

- Ancho de fuzzy sets amp=1.
- Incremento del número de fuzzy sets de L = 6 a L = 12.
- “Diagonal loading” adecuado (20 dB).



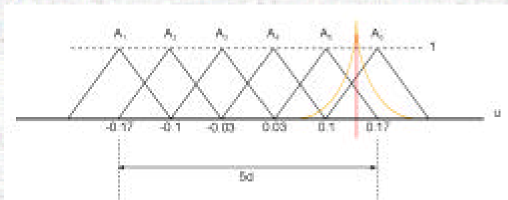
Con una estructura GSLC:





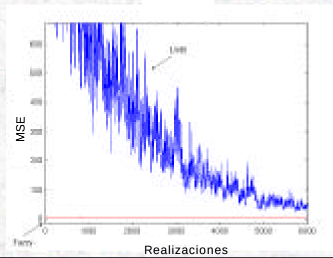
Adecuación a escenarios “indoor”:

•En el caso de fuentes distribuidas:
Se puede introducir la información de la distribución de las fuentes y combinarla con la información de DOA que se tiene



$$m'_{A_i}(\hat{u}_0) = \max\left(m_{A_i} \cdot m_{pdf}(\hat{u}_0)\right)$$

•En el caso de tener referencia temporal:
El conformador fuzzy ofrece una buena inicialización



Fuentes 4º AS con u_{des} = 0.14, SNR = 0 dB, u_{int} = {-0.5, 0.6, -0.07, 0.07}, INR = {20 dB, 20 dB, 0 dB, 0 dB}.

En resumen

- **Conformador robusto que recurre a la lógica fuzzy como alternativa a la solución Bayesiana**
- **No requiere suposiciones o modelado estadístico del escenario**
- **Robusto a incertidumbre de DOA**
- **Sencillo ajuste de parámetros**
- **Cuantificación DOA soft Þ degradación suave**
- **Buenas prestaciones en escenarios reales**
- **Robusto a ruido no Gaussiano**
- **Permite incorporar información temporal sencillamente e**

información de fuentes distribuidas